



# JAK OBLICZYĆ ODLEGŁOŚĆ PUNKTU OD PROSTEJ?

# TOMASZ WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Jak obliczyć odległość punktu od prostej?

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

III liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

odkrycie i zastosowanie wzoru na odległość punktu od prostej.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- wykorzystuje równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej,
- oblicza odległość punktu od prostej,
- wyznacza punkty wspólne okręgu i prostej za pomocą poznanego wzoru,
- dobiera trafne argumenty i konstruuje poprawne rozwiązania,
- wytrwale dąży do celu i przewiduje konsekwencje dokonanych wyborów,
- ma zindywidualizowaną ścieżkę kształcenia (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki, formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja, pokaz (rozwój kompetencji osobistych),
- metody aktywizujące: praca w grupach zadaniowych (kompetencje matematyczne),
- samodzielne zdobywanie wiedzy na podstawie doświadczeń (kompetencje w zakresie uczenia się),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

karty pracy dla uczniów (o różnym stopniu trudności), aplikacja komputerowa do ewaluacji, komputer z programem GeoGebra.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przedstawia uczniom problem do rozwiązania: co nazywamy odległością punktu od prostej? Uczniowie za pomocą komputerów w programie GeoGebra wykonują symulacje różnych odległości (<https://www.geogebra.org/m/vfu4qbf2>).

Następnie nauczyciel wprowadza uczniom wzór na odległość punktu  $P = (x_0, y_0)$

od prostej  $Ax + By + C = 0$ , którą oznacza jako  $d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ .

Uczniowie wykonują obliczenia na podstawie wybranych punktów z aplikacji GeoGebra. Nauczyciel formułuje pytania kluczowe:

- Kiedy można obliczyć odległość między dwiema prostymi?
- Ile wynosi odległość pomiędzy punktami, które leżą na danej prostej, a tą prostą?
- Jak bez użycia wzoru na odległość punktu od prostej obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi?

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe (odrębne grupy mogą tworzyć uczniowie ze SPE), których zadaniem jest opracowanie rozwiązań poniższych zadań.

Przykładowe zadania:

Zadanie 1. Oblicz odległość punktu  $A = (3, 4)$  od prostej  $k$  o równaniu:  $y = 2x - 5$ .

Zadanie 2. Oblicz odległość między prostymi  $k: y = -0,5x + 4$  i  $l: x + 2y - 2 = 0$ .

Zadanie 3. Znajdź współrzędne punktów, których odległość od prostej  $y = 3x + 2$  jest równa  $\sqrt{2}$ .

Zadanie 4. Wyznacz pole powierzchni trójkąta o wierzchołkach:  $A = (-2, 3)$ ,  $B = (0, 1)$ ,  $C = (2, 5)$ .

Zadanie 5. W układzie współrzędnych są dane punkty  $A = (-4, -2)$ ,  $B = (5, 4)$ . Oblicz odległość punktu  $C = (-1, 4)$  od prostej przechodzącej przez punkty  $A$  i  $B$ .

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Uczniowie w grupach opracowują rozwiązania zadań. W pracy mogą posługiwać się komputerem z programem GeoGebra. W zadaniu 2 uczniowie na kartach pracy zapisują kolejne kroki prowadzące do rozwiązania zadania. Proponują rozwiązanie bez użycia wzoru na odległość punktu od prostej.

## 4. Prezentacja pracy

Nauczyciel rozdaje uczniom przykładowe schematy rozwiązań zadań. Uczniowie sprawdzają poprawność, zauważają, że każde zadanie może mieć kilka rozwiązań. Wymieniają się uwagami i własnymi pomysłami na rozwiązanie zadania. Nauczyciel na zakończenie ocenia pracę uczniów zgodnie z zasadami oceniania kształtującego.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel udziela uczniom informacji zwrotnej (wspiera w szczególności uczniów ze SPE), a następnie prosi uczniów o uzupełnienie ankiety podsumowującej w aplikacji learningapps.com. Ankieta może dotyczyć np. określenia, czego uczniowie się nauczyli, sposobu wykorzystania wiedzy, przydatności zdobytej wiedzy itp.

## Komentarz metodyczny

Stosowanie pracy w grupach na lekcjach matematyki jest okazją do rzeczywistego zdobywania przez uczniów umiejętności kluczowych. Taka forma pracy jest dla uczniów atrakcyjna, ponieważ mogą się swobodnie wypowiedzieć i zaproponować własne rozwiązania. Praca w grupach aktywizuje wszystkich uczniów, w

szczegółności integruje zespół klasowy z uczniami niepełnosprawnymi.  
W realizacji tematu wyznaczania odległości punktu od prostej istotne są intuicje i wyobrażenia uczniów o wyznaczaniu odpowiednich odcinków.