



# DO GÓRY I NA DÓŁ – MONOTONICZNOŚĆ CIĄGU

# ADAM MAKOWSKI

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Katarzyna Szczepkowska-Szcześniak

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat zajęć/lekcji:

Do góry i na dół – monotoniczność ciągu.

## Klasa, czas trwania zajęć/lekcji:

klasa 3 liceum, 45 minut

## Cel ogólny:

Kształcenie umiejętności wykorzystania i interpretowania reprezentacji.

## Cele operacyjne

Uczeń:

- sporządza wykres ciągu,
- odczytuje monotoniczność funkcji z wykresu,
- bada monotoniczność ciągu,
- bierze udział w dyskusji.

## Metody/Techniki/Formy pracy:

- pogadanka,
- burza mózgów,
- dyskusja,
- praca w parach
- praca z całą klasą,
- praca indywidualna.

## Środki dydaktyczne:

- plansza z układem współrzędnych,
- rzutnik multimedialny.

## Opis przebiegu zajęć/lekcji

1. Zapoznanie uczniów z tematem lekcji i celem zajęć. Głównym celem lekcji jest kształcenie umiejętności badania monotoniczności ciągów.
2. Przebieg lekcji. Nauczyciel dopytuje uczniów: co to znaczy, że ciąg jest rosnący, malejący, monotoniczny? Stawia przed uczniami otwarty problem: jak stwierdzić, czy dany ciąg jest monotoniczny? Podkreśla fakt, że ciąg to funkcja określona na zbiorze liczb naturalnych. Po podsumowaniu dyskusji pokazuje na rzutniku kilka przykładów wykresów funkcji i prosi uczniów o odczytanie monotoniczności. Uczniowie wykonują wszystkie polecenia w parach (w ławkach). Następnie uczniowie mają za zadanie narysować wykresy trzech podanych ciągów i na tej podstawie określić ich monotoniczność. Przed przystąpieniem do rysowania wykresów uczniowie dyskutują o charakterystyce wykresów ciągów: wykres składa się z punktów, cały wykres zawiera się w I i IV ćwiartce, wykres pokazuje jedynie fragment ciągu. W dyskusji pojawia się

również pomysł obserwowania wartości kolejnych wyrazów ciągu bez konieczności rysowania wykresu. W toku dyskusji wskazywane są mankamenty wcześniejszych metod. Widzimy tylko część ciągu, nie wiadomo, czy zaobserwowana tendencja jest utrzymana dla dalszych wyrazów. Nauczyciel prosi uczniów o ustalenie różnic między kolejnymi wyrazami badanych ciągów i zbadanie zależności między znakami tych różnic a monotonicznością. W toku dyskusji, na podstawie wniosków z ostatniego polecenia, rodzi się algebraiczna definicja monotoniczności ciągu. Nauczyciel prosi uczniów o weryfikację swoich ustaleń dla trzech początkowych ciągów w sposób algebraiczny przy tablicy.

3. Praca indywidualna. Uczniowie sprawdzają w sposób algebraiczny monotoniczność ciągów.

4. Podsumowanie lekcji. Nauczyciel zwraca uwagę na mankamenty wykresu ciągu czy obserwacji wartości kolejnych wyrazów ciągu. Wskazuje przykład ciągu, w którym do 20 wyrazu wartości są coraz większe, później zaczynają maleć. Oczywiście takie przełamanie mogłoby nastąpić później, co trudno uchwycić na wykresie. Nauczyciel chwali zaangażowanie uczniów.

5. Praca domowa. Narysować wykres ciągu i zbadać algebraicznie jego monotoniczność.

### Komentarz metodyczny

Uczniowie w zakresie podstawowym nie badali algebraicznie monotoniczności funkcji. Taka operacja jest dla nich dość abstrakcyjna. Dlatego ważne jest, aby wcześniej porozmawiać o monotoniczności w oparciu o znane umiejętności, np. odczytywanie z wykresu. Równie ważne, aby przed zapisaniem ogólnej zależności dla wyrazów o numerach  $n$  i  $n + 1$  uczniowie analizowali różnice pomiędzy kilkoma konkretnymi wyrazami ciągu. W ten sposób w sposób konstruktywny uczniowie sami są w stanie zaproponować zbadanie ogólnej zależności.

Przed przystąpieniem do badania monotoniczności w postaci algebraicznej należy poćwiczyć zapisywanie wyrazów o wyrazach o numerach zapisanych w sposób algebraiczny:  $n + 1$ ,  $2n$ ,  $n - 1$  itp. Brak tej umiejętności jest źródłem wielu późniejszych trudności i błędów. Jest to szczególnie istotne w przypadku uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

### Ewaluacja

Nauczyciel powinien cały czas monitorować aktywność i zaangażowanie uczniów, aby w przyszłości wyeliminować te elementy scenariusza, które cieszą się najmniejszym zainteresowaniem, o ile planowane do realizacji cele nie zostaną uszczuplone. Ponadto należy przeanalizować po lekcji adekwatność przeznaczonego czasu na poszczególne aktywności i etapy lekcji, aby w przyszłości zoptymalizować ten element.