



**POZNAJEMY OSIĄGNIĘCIA
NEWTONA W ZAGADNIENIACH
KOMBINATORYCZNYCH**

**TOMASZ
WÓJTOWICZ**

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących
w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego
w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

Temat lekcji:

Poznajemy osiągnięcia Newtona w zagadnieniach kombinatorycznych.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

zastosowanie współczynnika dwumianowego i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- określa moc zbiorów skończonych,
- zna pojęcie kombinacji k -elementowej zbioru n -elementowego,
- odkrywa zależność między dwumianem Newtona a trójkątem Pascala,
- rozumie treść twierdzenia Newtona i potrzebę jego zastosowania w zagadnieniach kombinatorycznych,
- rozwija zdolność do kreatywnego i twórczego rozwiązywania problemów,
- jest ukierunkowany na doświadczanie i odkrywanie świata (uczeń ze SPE).

Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: pokaz,
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w zespołach (kompetencje matematyczne, osobiste i w zakresie uczenia się),
- zastosowanie TIK: praca z komputerem (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i różnicowana).

Środki dydaktyczne:

komputer z dostępem do Internetu, kartki z zadaniami dla uczniów (dostosowane dla uczniów ze SPE), ankieta ewaluacyjna.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przeprowadza z uczniami doświadczenie: w pudełku znajdują się cztery kule ponumerowane od 1 do 4 (zaznaczamy, że kule nie mogą się powtarzać). Na ile różnych sposobów można wybrać dwie kule? Uczniowie w parach wypisują wszystkie możliwości, zauważają, że jest ich dokładnie 6. Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że takie zjawisko nazywamy **kombinacją bez powtórzeń**, i podaje jego definicję: jeśli zbiór

jest n -elementowy, $0 \leq k \leq n$, to jego k -elementowy podzbiór jest określany jako k -elementowa kombinacja zbioru n -elementowego.

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Na podstawie doświadczenia: ile jest możliwości wyboru trzech kolorów z czterech? uczniowie podają możliwości, zauważają, że jest ich dokładnie 4.

Nauczyciel wprowadza pojęcie symbolu Newtona $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Uczniowie ćwiczą jego obliczanie na podstawie kilku przykładów.

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe, których zadaniem jest opracowanie rozwiązań zagadnień kombinatorycznych.

Grupa I: Wyszukaj informacje na temat trójkąta Pascala, a następnie na podstawie wzoru dwumianowanego Newtona wyprowadź wzór na $(a + b)^8$.

Grupa II: Korzystając ze strony internetowej lotto.pl oraz gier Lotto, Lotto plus, Mini lotto, Multi Multi, oblicz liczbę możliwych kombinacji, które należałoby wysłać, aby mieć pewność wygranej.

Grupa III: Oblicz współczynniki $\binom{n}{n}$, $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{0}$, wyciągnij odpowiednie wnioski.

Grupa IV: Na jednej prostej zaznaczono 3 punkty, a na drugiej 4 punkty. Ile jest wszystkich trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród zaznaczonych punktów?

4. Prezentacja pracy

Kolejne grupy prezentują swoje rozwiązania. Uczniowie podczas prezentacji dostrzegają zastosowania symbolu Newtona do rozwiązywania problemów z życia codziennego.

Nauczyciel ocenia pracę uczniów zgodnie z kryteriami: atrakcyjność prezentacji, poprawność wyjaśnień udzielanych pozostałym uczniom, trafność postawionych hipotez, poprawność wykonania.

5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę grupową uczniów (uwzględnia wkład uczniów ze SPE), a następnie prosi uczniów o wypełnienie karty samooceny. Przykładowa karta samooceny (odpowiedzi TAK lub NIE):

- Czy członkowie w grupie pomagali sobie nawzajem w wyjaśnianiu niejasności?
- Czy rozmowy w grupie dotyczyły problemu, nad którym grupa pracowała?
- Na dzisiejszej lekcji poznawałem nowe treści z zainteresowaniem.

Komentarz metodyczny

Podczas realizacji tematu warto zwrócić uczniom uwagę, że kombinatoryka powstała w XVI wieku wraz z grami hazardowymi, w których ma praktyczne zastosowanie. Oprócz tego jest stosowana w informatyce, w rachunku prawdopodobieństwa, w teorii liczb i teorii grafów. Praca nad tym zagadnieniem umożliwia uczniom obliczanie liczby zbiorów, jakie można utworzyć w zadany sposób z elementów danego skończonego zbioru. W pracy grupowej uczniowie mogą tworzyć grupy mieszane, w których będą uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, wspierani przez pozostałych uczniów i nauczyciela.