



MAMY WIELE
ZBIEŻNOŚCI
Z SZEREGAMI

TOMASZ
WÓJTOWICZ

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019



Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



Temat lekcji:

Mamy wiele zbieżności z szeregami.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

III liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

badanie zbieżności szeregów geometrycznych i obliczanie ich sumy.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- wyznacza iloraz nieskończonego ciągu geometrycznego,
- oblicza sumę szeregu geometrycznego,
- wie, jaki warunek musi spełniać suma nieskończonego ciągu geometrycznego,
- wykorzystuje pojęcie szeregu geometrycznego w zadaniach,
- jest zaangażowany w badania, eksperymenty i doświadczenia,
- jest odpowiedzialny za własny rozwój (uczeń ze SPE).

Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja,
- metody aktywizujące: praca w grupach, doświadczenia poszukujące,
- metoda ICT: praca z aplikacjami komputerowymi (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

Środki dydaktyczne:

komputer z zainstalowaną aplikacją LearningApps, zróżnicowane karty pracy dla uczniów, krzyżówki, ankiety ewaluacyjne.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel rozpoczyna lekcję od rozwiązania przez uczniów krzyżówki z hasłem SZEREG. Krzyżówka została wcześniej opracowana przez nauczyciela w aplikacji LearningApps. Nauczyciel udostępnia uczniom krzyżówkę, uczniowie za pomocą tabletów wpisują odpowiednie hasła, które powinny dotyczyć wiadomości na temat ciągu arytmetycznego i geometrycznego. Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że ich zadaniem będzie obliczanie sum nieskończonego ciągu geometrycznego. Formułuje pytania kluczowe:

- Czy istnieje wzór na sumę nieskończonego ciągu arytmetycznego?

- Czy każdy szereg geometryczny ma skończoną sumę?
- Kiedy możliwe jest obliczenie sumy nieskończonego ciągu geometrycznego?

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel wyświetla uczniom następujący problem do rozwiązania: oblicz sumę ciągu: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$. Uczniowie zauważają, że jest to ciąg geometryczny, a jego sumę

można obliczyć za pomocą granicy: $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$ przy założeniu, że $|q| < 1$.

Obliczona granica wynosi $\frac{a_1}{1 - q}$, dzięki czemu uzyskujemy wzór na sumę szeregu geometrycznego (mówimy, że szereg jest zbieżny).

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Następnie nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy, każda grupa otrzymuje kartę pracy z zadaniami do wykonania (z dostosowaniem dla uczniów ze SPE). Nauczyciel ustala z uczniami kryteria oceny. Przykładowe zadania do rozwiązania:

Zadanie 1. Wyznacz wartość nieskończonego ciągu geometrycznego: $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots$

Zadanie 2. Wyznacz sumę obwodów okręgów, z których pierwszy ma promień o długości 12 cm, a promień każdego następnego okręgu stanowi $\frac{2}{7}$ promienia poprzedniego.

Zadanie 3. Rozwiąż równanie: $1 + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+2)^3} + \dots = 3x - 1$.

Zadanie 4. Podaj przykłady trzech nieskończonych zbieżnych ciągów geometrycznych o takim samym ilorazie równym 0,5 i pierwszych wyrazach tworzących ciąg arytmetyczny.

4. Prezentacja pracy

Po zakończonej pracy grupowej uczniowie prezentują na forum klasy wyniki swoich obliczeń. Nauczyciel zwraca uczniom uwagę na szerokie zastosowanie szeregu geometrycznego w badaniu zbieżności ciągów. Ocenia pracę uczniów (uwzględnia uczniów ze SPE) zgodnie z przyjętymi kryteriami oceniania

5. Samoocena i refleksja uczniów

Na zakończenie uczniowie dokonują samooceny swoich działań. W tym celu uzupełniają interaktywny quiz w aplikacji getkahoot, na podstawie którego oceniają poziom zdobytych kompetencji kluczowych.

Komentarz metodyczny

Uczniowie uzdolnieni matematycznie mogą już na tym etapie rozwiązywać zadania wymagające dowodzenia, takie jak: wykaż, że jeżeli pierwsze wyrazy trzech nieskończonych zbieżnych ciągów geometrycznych o takim samym ilorazie q tworzą ciąg arytmetyczny, to sumy wyrazów tych ciągów tworzą również ciąg arytmetyczny. Jeżeli zagadnienie nie sprawia uczniom kłopotu, można zaproponować uczniom obliczanie sumy wyrazów parzystych lub nieparzystych szeregu geometrycznego.