



ILE PUNKTÓW  
WSPÓLNYCH MOGĄ  
MIEĆ DWA OKRĘGI?

TOMASZ  
WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019



Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Ile punktów wspólnych mogą mieć dwa okręgi?

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

badanie wzajemnego położenia dwóch okręgów.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- samodzielnie dochodzi do wiedzy,
- wskazuje środek i promień okręgu w równaniu,
- odkrywa, że okręgi mogą być styczne, przecinające się lub rozłączne,
- wyznacza wzajemne położenie okręgów różnymi metodami,
- rozwija umiejętność rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej,
- jest dostrzegany w aspekcie pozytywnych wartości (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- doświadczenia poszukujące,
- metody aktywizujące: praca w zespołach (rozwój kompetencji osobistych),
- metoda ICT: zastosowanie programów komputerowych,
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa lub indywidualna (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

komputer z aplikacją do rysowania okręgów, karty pracy dla uczniów (ze zróżnicowanymi zadaniami z uwzględnieniem SPE), bilety do ewaluacji.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel rozpoczyna lekcję z uczniami od sprawdzenia umiejętności odczytywania środka i promienia okręgu na podstawie jego równania. W tym celu uczniowie korzystają z aplikacji kahoot.com i odpowiadają na 10 pytań quizu z 3 możliwymi wariantami odpowiedzi oraz ustawionym czasem na rozwiązanie zadania. Ci uczniowie, którzy poprawnie odpowiedzą na wszystkie pytania, otrzymują ocenę bardzo dobrą. Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że ich zadaniem będzie opracowanie zagadnienia wzajemnego położenia dwóch okręgów na podstawie samodzielnych doświadczeń. Uczniowie wiedzą już z poprzedniej lekcji, jak położone mogą być względem siebie okrąg i prosta.

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Uczniowie za pomocą aplikacji komputerowej (np. <https://www.matemaks.pl/program-do-rysowania-wykresow-funkcji.html>) lub programu GeoGebra rysują okręgi o zadanych równaniach i zapisują zależności pomiędzy odległościami środków dwóch okręgów a długościami ich promieni. Problemy do rozwiązania:

I. Okręgi rozłączne wewnętrznie.

II. Okręgi rozłączne zewnętrznie.

III. Okręgi styczne wewnętrznie.

IV. Okręgi styczne zewnętrznie.

V. Okręgi przecinające się.

Ocena z pracy na lekcji będzie uwzględniała wkład pracy uczniów, dobór i trafność metod oraz poprawność otrzymanych wyników.

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Uczniowie indywidualnie lub w parach opracowują wymienione zagadnienia. W swojej pracy wykorzystują narzędzia technologii informacyjno-komunikacyjnych, zdobytą wiedzę przedstawiają w formie prezentacji multimedialnej lub plakatów.

## 4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Uczniowie podają zależności pomiędzy odległościami między środkami okręgów a sumą lub różnicą długości ich promieni. Zauważają, że dwa okręgi mogą się przecinać w co najwyżej dwóch punktach.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę uczniów (stosuje zróżnicowane kryteria do oceny pracy uczniów), a następnie rozdaje uczniom „bilety”, które służą do ewaluacji lekcji. Uczniowie na otrzymanym bilecie wpisują liczbę od 1 do 5 odpowiadającą najbardziej pasującemu stwierdzeniu.

1 – Atmosfera na lekcji odpowiadała moim oczekiwaniom.

2 – Uważam, że lekcja była inspirująca.

3 – Najlepiej opanowałem okręgi rozłączne.

4 – Najlepiej opanowałem okręgi przecinające się.

5 – Najlepiej opanowałem okręgi styczne.

## Komentarz metodyczny

Uczniowie uzdolnieni matematycznie mogą od początku badać wzajemne położenie dwóch okręgów metodą analityczną – poprzez rozwiązanie układu równań. Kiedy hipotezy pozostałych uczniów zostaną prawidłowo zweryfikowane, wówczas wszyscy uczniowie mogą wdrożyć metodę analityczną. W celu osiągnięcia sukcesu w zakresie edukacji integracyjnej należy umożliwić uczniom niepełnosprawnym współdziałanie z pozostałymi uczniami.