

# Symetria osiowa

## 1. Cele lekcji

### a) Wiadomości

1. Przypomnienie, poszerzenie i utrwalenie wiadomości o symetrii osiowej w ujęciu klasycznym i analitycznym.
2. Przypomnienie i utrwalenie wiadomości o figurach osiowosymetrycznych.

### b) Umiejętności

1. Uczeń potrafi konstruować obrazy punktów, niektórych figur w symetrii osiowej.
2. Uczeń potrafi rozpoznawać figury osiowosymetryczne, potrafi je konstruować.
3. Uczeń potrafi rozwiązywać zadania dotyczące symetrii osiowej.
4. Ćwiczenie umiejętności pracy z tekstem matematycznym.
5. Ćwiczenie umiejętności pracy w grupie.

## 2. Metoda i forma pracy

Praca indywidualna, praca w grupach.

## 3. Środki dydaktyczne

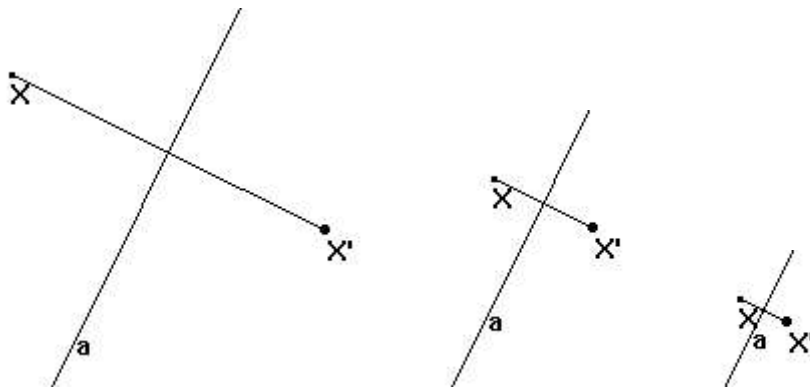
1. Komputer z rzutnikiem multimedialnym.
2. Podręcznik i zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego.

## 4. Przebieg lekcji

Uczniowie podają określenia symetrii osiowej (znane z nauki wcześniejszej lub ze źródeł książkowych). Mogą padać różne odpowiedzi. Zastanawiamy się, czy podane określenia są równoważne, czy mówią „o tym samym” obiekcie matematycznym (może nastąpić weryfikacja na podstawie konstrukcji). Po tej części wstępnej przyjmujemy następującą definicję symetrii osiowej:

$S_a(X) = X' \Leftrightarrow \vec{XA} = \vec{AX'}$ , gdzie  $A$  to wspólny punkt prostej  $a$  i prostej do niej prostopadłej przechodzącej przez punkt  $X$ .

Po podaniu definicji uczniowie poszukują konstrukcyjnie obrazy kilku punktów (jeden na prostej). Następnie uczący „na oczach” uczniów konstruuje na komputerze obraz  $X'$  punktu  $X$  w symetrii osiowej (wykorzystuje w tym celu program CABRI 1), dodatkowo tworzy odcinek  $XX'$ , porusza punktem  $X$ .

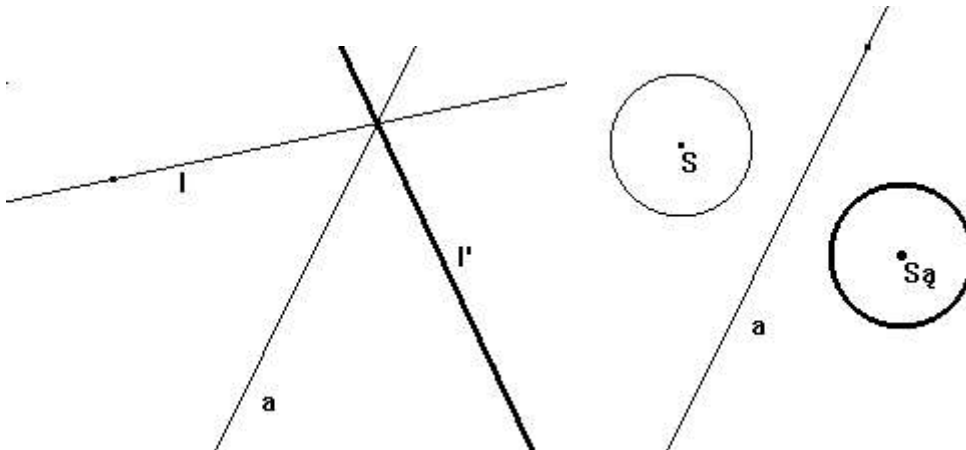


Po takiej krótkiej obserwacji uczniowie otrzymują następujące polecenia do samodzielnej, a później zespołowej pracy (4 osoby z dwóch sąsiednich ławek):

- Czy symetria osiowa jest przekształceniem geometrycznym?
- Znajdź punkty stałe symetrii osiowej.
- Wyznacz zbiór wartości symetrii osiowej.
- Scharakteryzuj odcinki  $XX'$ , przy wszelkich położeniach punktu  $X$ .
- Co może być obrazem prostej, okręgu, trójkąta?
- Czy można wskazać takie dwa punkty  $X$  i  $Y$ , aby  $XY \neq X'Y'$ ?
- Jakie jest przekształcenie odwrotne do symetrii osiowej?

Odpowiedzi na powyższe pytania muszą być poparte jakąś argumentacją.

Po kilku minutach następuje zebranie wiadomości – uczniowie relacjonują wyniki swojej pracy w zespole. Niektóre rezultaty są popierane rozumowaniem matematycznym (np. dotyczącym punktów stałych), inne mają charakter intuicyjny (np. izometryczność). Uczący wspiera uczniów odpowiednimi pokazami w CABRI 1, np. obraz prostej, okręgu.



W wyniku wymiany poglądów zostają sformułowane następujące odpowiedzi na postawione pytania:

- ✓ Symetria osiowa jest przekształceniem geometrycznym, tzn. każdemu punktowi na płaszczyźnie jest przyporządkowany w sposób jednoznaczny jeden i tylko jeden obraz.
- ✓ Symetria osiowa posiada nieskończenie wiele punktów stałych, znajdują się one na prostej – danej prostej.
- ✓ Zbiorem wartości symetrii osiowej jest cała płaszczyzna.
- ✓ Odcinki  $XX'$  są do siebie równoległe, prostopadłe do danej prostej, różnej długości: od 0 do

dowolnie dużej.

- ✓ Obrazem prostej jest prosta, czasami mogą być one równoległe (np. gdy prosta jest prostopadłą lub równoległą do danej), obrazem okręgu jest okrąg o tym samym promieniu.
- ✓ Symetria osiowa jest przekształceniem izometrycznym.
- ✓ Przekształceniem odwrotnym do symetrii osiowej jest ta sama symetria osiowa. Symetria osiowa jest więc przekształceniem inwolucyjnym.

Kolejny etap lekcji dotyczy symetrii osiowej w układzie współrzędnych. Zadanie uczniów polega na znalezieniu związku pomiędzy współrzędnymi punktu  $A(x, y)$ , a współrzędnymi jego obrazu  $A'(x', y')$  w symetrii osiowej względem:

- osi odciętych,
- osi rzędnych,
- prostej  $y = x$ ,
- prostej  $x = a$ ,
- prostej  $y = a$ .

Uczniowie najpierw pracują samodzielnie, potem znów czwórkami. Na koniec jedna z grup, podając odpowiednią argumentację, relacjonuje swoje wyniki:

- Osi odciętych:  $A'(x, -y)$  (w symetrii osiowej prosta prostopadła do osi odciętych jest równoległa do osi rzędnych, dlatego współrzędna  $x$  pozostaje bez zmian).
- Osi rzędnych:  $A'(-x, y)$ .
- Prostej  $y = x$ :  $A'(y, x)$ .
- Względem prostej  $x = a$ :  $A'(2a - x, y)$  (współrzędna  $y$  pozostaje bez zmian, natomiast dla współrzędnej  $x$ :  $|x - a| = |a - x'|$ ).
- Względem prostej  $y = a$ :  $A'(x, 2a - y)$ .

Ostatnim etapem lekcji są rozważania dotyczące figur osiowosymetrycznych. Uczniowie początkowo prezentują swoje wyobrażenie figur osiowosymetrycznych. W wyniku zebranych informacji i przykładów oraz dyskusji zostaje sformułowana definicja figur osiowosymetrycznych oraz osi symetrii figury:

*Figura  $F$  jest osiowosymetryczna, wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taka prosta  $a$ , że  $S_a(F) = F$ .*

*Prosta  $a$  jest osią symetrii figury  $F$ , jeśli  $S_a(F) = F$ .*

Uczniowie rysują w zeszytach własne przykłady figur osiowosymetrycznych, charakteryzując czworokąty ze względu na ich osiowosymetryczność.

Na zakończenie (w zależności od pozostałego do dyspozycji czasu) uczniowie wykonują ćwiczenia ze zbioru zadań: strony 176-179.

## 5. Bibliografia

1. Konior J., *Repetitorium z CABRI, część II*, [w:] „Matematyka i Komputery” nr 11, 2002, s. 5-8.
2. Pająk W., *Badanie przekształceń geometrycznych*, [w:] „Nauczyciele i Matematyka” nr 8, 1993, s. 22-23.
3. Pająk W., *CABRI i przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie*, VULCAN, Wrocław

1994.

4. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Podręcznik dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.
5. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.

## **6. Załączniki**

### **a) Zadanie domowe**

1. Kilka ćwiczeń ze zbioru zadań: strony 176-179.
2. Problemy:
  - Wskaż figury, które nie mają osi symetrii, mają ich: 1, 2, 3, 4, ,, , n, nieskończenie wiele.
  - Scharakteryzuj duże drukowane litery alfabetu pod względem istnienie ich osi symetrii.

## **7. Czas trwania lekcji**

2 godziny lekcyjne

## **8. Uwagi do scenariusza**

brak