



**PRIORYTETEM  
JEST NASZA  
TOŻSAMOŚĆ**

**TOMASZ  
WÓJTOWICZ**

## **SCENARIUSZ LEKCJI**

**Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony**

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

**WARSZAWA 2019**

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Priorytetem jest nasza tożsamość.

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

IV/V liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

ćwiczenie umiejętności dowodzenia tożsamości trygonometrycznych.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- zna definicje funkcji trygonometrycznych,
- korzysta z podstawowych tożsamości trygonometrycznych,
- przekształca wyrażenia, w których występują funkcje trygonometryczne,
- dowodzi prawdziwości tożsamości trygonometrycznych,
- dobiera różne metody przeprowadzania dowodów tożsamości,
- dobiera trafne argumenty i konstruuje poprawne rozwiązania,
- czuje odpowiedzialność za proces własnej edukacji (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja,
- metody aktywizujące: praca w grupach (kompetencje osobiste),
- samodzielne odkrywanie zależności na podstawie doświadczeń (kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

karty pracy dla uczniów, ankieta ewaluacyjna, aplikacja komputerowa.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że narzędziem badawczym podczas lekcji będą tożsamości trygonometryczne. Definiuje, że są to równości łączące ze sobą funkcje trygonometryczne. Do podstawowych tożsamości trygonometrycznych należą:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  (jedynka trygonometryczna) oraz  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  (wzory na tangens i cotangens).

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel analizuje z uczniami tożsamość:  $(1 + \cos a)(1 - \cos a) = \sin^2 a$ . Uczniowie zauważają, że lewa strona równości może zostać przekształcona za pomocą wzoru

skróconego mnożenia. Po przekształceniach z lewej i prawej strony otrzymujemy wzór na  $\sin^2 \alpha$ . Zatem równość jest tożsamością.

### 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na 5 grup. Każda grupa otrzymuje karty pracy z zadaniami do rozwiązania. Uczniowie w grupach zadaniowych zajmują się dowodzeniem prawdziwości tożsamości.

Nauczyciel wyjaśnia uczniom, że tylko jedna z równości nie jest tożsamością. Grupa, która najszybciej rozwiąże poprawnie wszystkie przykłady i wskaże równość, która nie jest tożsamością, otrzymuje ocenę bardzo dobrą. Zadania do wykonania dla grup:

$$1) \frac{1}{1 - \cos \alpha} + \frac{1}{1 + \cos \alpha} = \frac{2}{\sin^2 \alpha}.$$

$$2) \frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \operatorname{tg} 4x.$$

$$3) \sin^4 x - \cos^4 x = 2 \sin^2 x - 1.$$

$$4) \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{2}{\sin 2x}.$$

$$5) \cos^2 x - \operatorname{ctg}^2 x \sin^2 x = 1.$$

Uczniowie dzielą się zadaniami w grupie, planują pracę tak, aby osiągnąć sukces.

Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi mogą mieć zmniejszoną liczbę przykładów. Do niektórych przykładów uczniowie używają wzorów na sumę sinusów czy sumę cosinusów.

### 4. Prezentacja pracy

Grupa, która zgłosiła jako pierwsza wykonanie zadań, prezentuje swoje rozwiązania.

Pozostali uczniowie wyjaśniają wątpliwości i sprawdzają poprawność rozwiązań.

Uczniowie zauważają, że każde zadanie może mieć kilka rozwiązań.

### 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel udziela uczniom informacji zwrotnej z zachowaniem 4 elementów:

docenienie dobrych elementów pracy ucznia (w szczególności wspiera uczniów ze SPE), wskazanie, co wymaga poprawy ze strony ucznia, pokazanie uczniowi sposobów na poprawę oraz udzielenie wskazówek, w jakim kierunku uczeń powinien pracować, aby się stale rozwijać. W celu oceny pracy na lekcji pod względem zastosowanych metod i form pracy uczniowie przeprowadzają głosowanie do stwierdzeń przygotowanych przez nauczyciela w aplikacji learningapps.com, np. podczas lekcji miałem możliwość zdobywania wiedzy (skala 1–5) itp.

## Komentarz metodyczny

Dzięki aktywnemu udziałowi w lekcji uczniowie mają okazję samodzielnie wykorzystać narzędzia matematyki do formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym. Każdemu uczniowi towarzyszy chęć podejmowania wyzwań, stawiania hipotez oraz modyfikowania założeń po to tylko, aby nabyć umiejętność właściwego argumentowania i uzasadniania, czyli stosowania myślenia matematycznego w życiu codziennym. W przypadku uczniów niepełnosprawnych nie należy kłaść nacisku na szybkość, ale poprawność wykonania zadania i włożony wysiłek.