Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

VII Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Zawody stopnia pierwszego – część testowa

(29 września 2011 r., godz. 9:00)

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu wpisz na każdą stronę swoje imię, nazwisko oraz klasę.

Treść każdego z poniższych zadań zawiera trzy stwierdzenia. Każde z nich jest prawdziwe lub fałszywe. Jeśli dane stwierdzenie jest prawdziwe, wpisz w odpowiednią kratkę literkę T, jeśli zaś stwierdzenie jest fałszywe, wpisz literkę N.
W przypadku pomyłki przekreśl znakiem X podaną odpowiedź, a właściwą odpowiedź podaj obok z lewej strony.

Przykład poprawnie rozwiązanego zadania:

0. Dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $2n+1$ jest

[T] a) dodatnia;

[T] b) nieparzysta;

N [~~T~~] c) pierwsza.

Czas na rozwiązywanie testu: 75 minut. **Powodzenia!**

1. Istnieje taki graniastosłup, którego liczba krawędzi jest równa

[ ] a) 3^{100};

[ ] b) 5^{100};

[ ] c) $100\,001$.

2. Istnieje 2011 takich różnych liczb pierwszych, że

[ ] a) ich suma jest liczbą nieparzystą;

[ ] b) ich suma jest liczbą parzystą;

[ ] c) ich iloczyn jest liczbą parzystą.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

3. Liczby a, b, c są długościami boków pewnego trójkąta oraz $(a-b)(b-c)(c-a)=0$. Wynika z tego, że jest to trójkąt

- [ ] a) równoramienny;
- [ ] b) równoboczny;
- [ ] c) ostrokątny.

4. Towar X podrożał o 20%, a towar Y podrożał o 50%, w efekcie czego oba towary kosztują tyle samo. Wynika z tego, że przed podwyżką

- [ ] a) towar X był o 20% droższy od towaru Y;
- [ ] b) towar X był o 25% droższy od towaru Y;
- [ ] c) towar X był o 30% droższy od towaru Y.

5. Dodatnie liczby a, b spełniają warunek $a+b=1$. Wynika z tego, że

- [ ] a) $a^2+b^2<1$;
- [ ] b) $\sqrt{a}+\sqrt{b}<1$;
- [ ] c) $ab<1$.

6. Liczby całkowite x i y są dodatnie, a ich suma jest liczbą podzielną przez 3. Wynika z tego, że

- [ ] a) każda z liczb x i y jest podzielna przez 3;
- [ ] b) liczba x^2+y^2 jest podzielna przez 3;
- [ ] c) liczba x^2-y^2 jest podzielna przez 3.

7. W trójkącie ABC wysokości AE i BF są równe. Wynika z tego, że

- [ ] a) wszystkie wysokości tego trójkąta są równe;
- [ ] b) kąty BAC i ABC są równe;
- [ ] c) środkowe AK i BL trójkąta ABC są równe.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

8. Dodatnia liczba całkowita n ma dokładnie trzy różne dodatnie dzielniki. Wynika z tego, że

- [ ] a) liczba n jest kwadratem pewnej liczby całkowitej;
- [ ] b) liczba n jest iloczynem co najmniej dwóch różnych liczb pierwszych;
- [ ] c) liczba n^2 ma dokładnie sześć różnych dodatnich dzielników.

9. Każdy z dwóch boków trójkąta ostrokątnego ma długość 2. Wynika z tego, że

- [ ] a) pole tego trójkąta jest mniejsze od 2;
- [ ] b) każda wysokość tego trójkąta ma długość mniejszą od 2;
- [ ] c) trzeci bok tego trójkąta ma długość mniejszą od 2.

10. Wśród każdych pięciu różnych liczb całkowitych istnieją takie dwie, których

- [ ] a) różnica jest podzielna przez 4;
- [ ] b) suma jest podzielna przez 4;
- [ ] c) iloczyn jest podzielny przez 4.

11. Prostokąt $ABCD$ jest zawarty w kwadracie o boku długości 1 i żaden z punktów A, B, C, D nie leży na brzegu tego kwadratu. Wynika z tego, że

- [ ] a) $AB \cdot BC < 1$;
- [ ] b) $AB < 1$;
- [ ] c) $AC < \sqrt{2}$.

12. Dane są takie dodatnie liczby rzeczywiste a, b, że liczby a^2+b^2 oraz ab są wymierne. Wynika stąd, że wymierna jest liczba

- [ ] a) $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$;
- [ ] b) $(a+b)^2$;
- [ ] c) $a+b$.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Imię i nazwisko: .... Klasa: ......

13. Dany jest trójkąt ABC, w którym $\sphericalangle ACB = 40°$. Punkt P leży wewnątrz trójkąta ABC, przy czym $\sphericalangle APB = 80°$. Wynika z tego, że

☐ a) każdy z kątów CAP i CBP jest mniejszy od $40°$;

☐ b) trójkąt ABP jest ostrokątny;

☐ c) punkt P jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC.

14. Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{2}$ jest

☐ a) całkowita;

☐ b) niewymierna;

☐ c) dodatnia.

15. Dany jest ostrosłup o parzystej liczbie wierzchołków, którego wszystkie krawędzie mają równą długość. Wynika z tego, że liczba krawędzi danego ostrosłupa jest mniejsza od

☐ a) 9;

☐ b) 11;

☐ c) 13.

KAPITAŁ LUDZKI NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
ORE Ośrodek Rozwoju Edukacji
UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY
Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego