

Translacja

1. Cele lekcji

a) Wiadomości

1. Zapoznanie uczniów z pojęciem translacji w ujęciu klasycznym oraz analitycznym.
2. Poznanie podstawowych własności przesunięcia równoległego.

b) Umiejętności

1. Uczeń potrafi konstruować obrazy niektórych figur w translacji.
2. Uczeń potrafi obliczać współrzędne obrazów punktów w translacji.
3. Uczeń potrafi rozpoznać obrazy niektórych figur w translacji.
4. Uczeń poszukuje argumentacji matematycznej w oparciu o poznaną definicję.
5. Ćwiczenie umiejętności pracy z tekstem matematycznym.
6. Ćwiczenie umiejętności pracy w grupie.

2. Metoda i forma pracy

Praca indywidualna, praca zespołowa.

3. Środki dydaktyczne

1. Komputer z rzutnikiem multimedialnym.
2. Podręcznik i zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego.

4. Przebieg lekcji

Zapoznanie uczniów z definicją translacji: $T_w(X) = X' \Leftrightarrow \vec{XX'} = \vec{w}$, $\vec{w} \neq \vec{0}$ (wypowiedź słowna, wprowadzenie nazewnictwa).

Następnie uczniowie samodzielnie, w oparciu o podaną definicję, konstruują obraz punktu X w translacji. Jeden z uczniów podaje swój sposób konstrukcji (ewentualne ulepszenia, inne propozycje). Potem nauczyciel wykonuje wskazaną konstrukcję „na oczach” uczniów na komputerze (wystarcza program CABRI 1). Następnie porusza punktem X – uczniowie obserwują obraz X' . Dodatkowo uczyący zaznacza odcinek XX' .



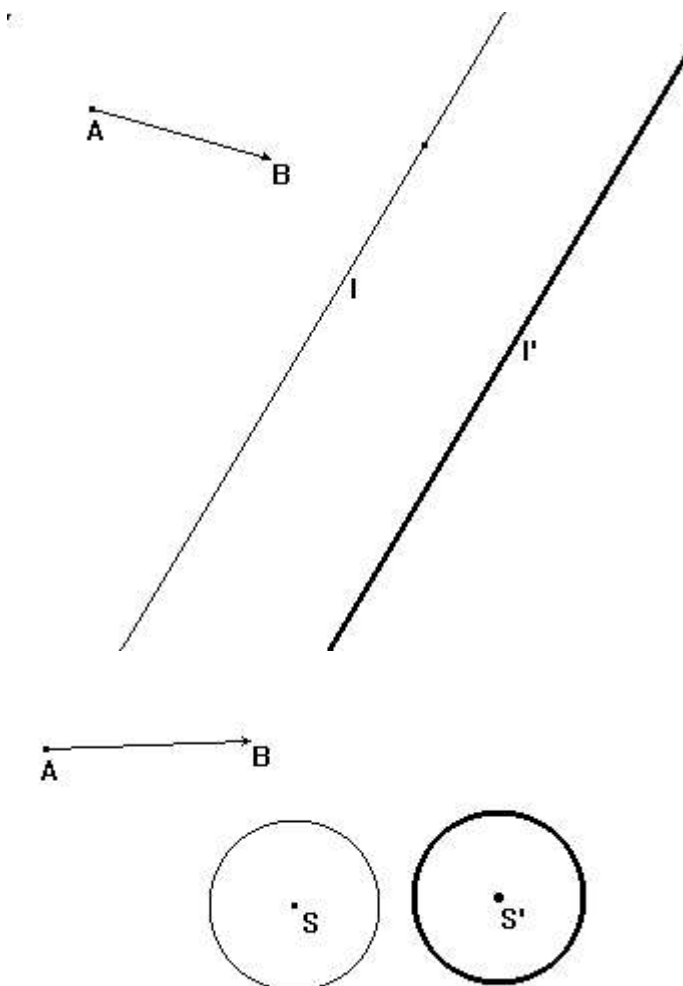
Po takiej obserwacji uczniowie otrzymują następujące polecenia:

- Czy translacja jest przekształceniem geometrycznym?

- Znajdź punkty stałe translacji.
- Wyznacz zbiór wartości translacji.
- Scharakteryzuj odcinki XX' , przy wszelkich położeniach punktu X .
- Co może być obrazem prostej, okręgu, trójkąta?
- Czy można wskazać takie dwa punkty X i Y , aby $XY \neq X'Y'$?
- Jakie jest przekształcenie odwrotne do translacji?

Odpowiedzi na powyższe pytania muszą być poparte jakąś argumentacją.

Uczniowie początkowo pracują samodzielnie w poszukiwaniu odpowiedzi na te pytania, potem tworzą grupy czteroosobowe (dwie sąsiednie ławki) i uzgadniają wspólne stanowisko. Później następuje wymiana poglądów. Grupy omawiają po jednym z pytań. Niektóre odpowiedzi są popierane rachunkiem na tablicy, np. dotyczącym punktów stałych, obrazu prostej, izometryczności. Pojawiają się także na ekranie obrazy prostej, okręgu w translacji konstruowane na zasadzie „miejsca geometrycznego punktu” (jest to jedna z opcji programu CABRI 1).



Następnie uczący wspólnie z uczniami prowadzi następujące rozumowanie:

$$X'Y' = X'X + XY + YY' = -\vec{w} + XY + \vec{w} = XY, \text{ gdzie } T_{\vec{w}}(X) = X' \Leftrightarrow \vec{XX'} = \vec{w} \text{ oraz}$$

$T_{\vec{w}}(Y) = Y' \Leftrightarrow \vec{YY'} = \vec{w}$. Rachunek ten przekonuje, że obrazem wektora jest wektor równy danemu, a więc równoległy i tej samej długości, ponadto obrazem odcinka jest odcinek o tej samej długości.

W wyniku pracy powinna zostać wypracowana następująca charakterystyka translacji:

- ✓ Jest to przekształcenie geometryczne, którego zbiorem wartości jest cała płaszczyzna.
- ✓ Nie ma punktów stałych (w definicji zastrzegamy sobie wektor niezerowy),
$$X = X' \Leftrightarrow \vec{XX'} = \vec{0} = \vec{w}$$
- ✓ Translacja jest przekształceniem izometrycznym.
- ✓ Obrazem prostej jest prosta do niej równoległa.
- ✓ Obrazem okręgu jest okrąg o tym samym promieniu.
- ✓ Odcinki XX' (przy wszelkich położeniach punktu X) są zawsze do siebie równoległe, tej samej długości.
- ✓ Przekształceniem odwrotnym do translacji jest translacja o wektor przeciwny do danego.

Kolejny etap lekcji dotyczy translacji w układzie współrzędnych. Zadanie uczniów polega na znalezieniu związku pomiędzy współrzędnymi punktu $A(x, y)$, a współrzędnymi jego obrazu $A'(x', y')$ w translacji o niezerowy wektor $\vec{w} = [a, b]$. Uczniowie najpierw pracują samodzielnie, potem znów czwórkami. Na koniec jedna z grup relacjonuje swoje wyniki:

$$\text{Zgodnie z definicją: } \vec{AA'} = \vec{w}, \text{ a więc: } [x'-x, y'-y] = [a, b], \text{ czyli: } \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

Na zakończenie (w zależności od pozostałego do dyspozycji czasu) uczniowie wykonują ćwiczenia ze zbioru zadań: strony 190-192.

5. Bibliografia

1. Konior J., *Repetitorium z CABRI, część II*, [w:] „Matematyka i Komputery” nr 11, 2002, s. 5-8.
2. Pająk W., *Badanie przekształceń geometrycznych*, [w:] „Nauczyciele i Matematyka” nr 8, 1993, s. 22-23.
3. Pająk W., *CABRI i przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie*, wydawnictwo VULCAN, Wrocław 1994.
4. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Podręcznik dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.
5. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.

6. Załączniki

a) Zadanie domowe

1. Wykorzystać metodę analityczną do sprawdzenia liczby punktów stałych w translacji.
2. Kilka ćwiczeń ze zbioru zadań, strony 190-192.

7. Czas trwania lekcji

2 godziny lekcyjne

8. Uwagi do scenariusza

brak