



# POZNAJEMY RÓŻNE OBLICZA RÓWNANIA OKRĘGU

# TOMASZ WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Poznajemy różne oblicza równania okręgu.

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

III liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

zastosowanie równania okręgu w postaci kierunkowej i ogólnej.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych,
- podaje długość promienia i oblicza współrzędne środka okręgu,
- rysuje okrąg o podanym równaniu w układzie współrzędnych,
- proponuje różne metody rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej,
- kształtuje wytrwałość w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
- zna sposoby poprawy i dalszej drogi rozwoju (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela,
- metody aktywizujące: praca w grupach zadaniowych (kompetencje osobiste i w zakresie uczenia się),
- metoda ICT: praca z komputerowymi programami graficznymi (kompetencje cyfrowe),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

komputer z programem graficznym, karty pracy dla uczniów (zróżnicowane pod względem stopnia trudności), karta samooceny ucznia, test interaktywny.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel za pomocą projektora wyświetla uczniom trzy równania:

$$a) (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 12 \quad b) x^2 + (y - 2)^2 = 0 \quad c) (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = -4$$

Następnie pyta uczniów, które z wymienionych równań opisują równanie okręgu.

Ucniowie podają swoje propozycje: a) równanie okręgu, b) punkt, c) równanie sprzeczne.

Nauczyciel formułuje pytania kluczowe: kiedy mówimy, że równanie opisuje okrąg?

W jaki sposób można wyznaczyć promień okręgu?

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel wspólnie z uczniami wyprowadza równanie okręgu z postaci kierunkowej do postaci ogólnej, czyli z równania  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  do równania:

$$x^2 + y^2 + xA + yB + C = 0, \text{ gdzie } a = \frac{-A}{2}, \quad b = \frac{-B}{2}, \quad r = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - 4C}}{2}.$$

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe (daje swobodę wyboru grupy uczniom ze SPE).

Zadaniem każdej grupy jest rozwiązanie zadań dotyczących poznanych postaci równania okręgu. Przykładowe zadania dla grup:

**Grupa I:** Do okręgu należą punkty  $A = (7, 2)$  i  $B = (0, 3)$ . Znajdź równanie tego okręgu w postaci kierunkowej i ogólnej, jeżeli wiadomo, że środek tego okręgu znajduje się na prostej o równaniu  $x = 3$ .

**Grupa II:** Wyznacz liczbę punktów wspólnych okręgu o równaniu  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 4 = 0$  z prostą o równaniu  $y = x + m$  w zależności od parametru  $m$ .

**Grupa III:** Zbadaj wzajemne położenie okręgów o równaniach  $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 16 = 0$  oraz  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$ .

**Grupa IV:** Wyznacz równanie okręgu w postaci kierunkowej i ogólnej, jeżeli okrąg ten jest opisany na trójkącie o wierzchołkach  $A = (-1, 2)$ ,  $B = (2, 0)$  i  $C = (3, 5)$ .

Uczniowie opracowują rozwiązania zadań na kartach pracy. W celu weryfikacji mogą posługiwać się programami graficznymi do rysowania okręgów.

## 4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy uczniów następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Na podsumowanie swojej pracy uczniowie rozwiązują test interaktywny np. ze strony internetowej <http://www.e-zadania.pl/materiały/lista,85,rownanie-okregu.html>.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę grupową uczniów (uwzględnia dostosowania dla uczniów ze SPE), a następnie prosi uczniów o wypełnienie karty samooceny. **Karta samooceny**

**ucznia:** (w pierwszych trzech punktach zaznacz TAK lub NIE)

- Wykonałem poprawnie wszystkie zadania. TAK NIE
- Moja kreatywność pozwoliła rozwiązywać postawione problemy. TAK NIE
- Analizowałem propozycje innych. TAK NIE
- Dzięki pracy na lekcji nauczyłem się .....

## Komentarz metodyczny

Zadania przygotowane dla każdej grupy są bardzo zróżnicowane, dlatego nauczyciel przy doborze uczniów do poszczególnych grup powinien wziąć pod uwagę występujące dysfunkcje. W warunkach zbiorowego nauczania można

organizować zarówno jednakowe typy sytuacji, w których będzie zachodziło uczenie się, jak i różne dla odpowiednich zespołów uczniów. Praca dydaktyczna powinna pobudzać aktywność każdego ucznia. Stosowanie zróżnicowanych metod i form pracy na lekcji, pobudzających między innymi motywację poszczególnych jednostek, jest niezbędnym warunkiem uzyskiwania pożądaných rezultatów.