



SINUS, COSINUS I TANGENS SUMY I RÓŻNICY KĄTÓW

TOMASZ WÓJTOWICZ

SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019



Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska
dr Anna Rybak
dr Beata Rola
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019
Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>

Temat lekcji:

Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów.

Czas trwania lekcji:

45 minut

Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

Cel ogólny:

zastosowanie wzorów na sinus, cosinus, tangens sumy i różnicy kątów.

Cele szczegółowe. Uczeń:

- poznaje wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów,
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie poznanych wzorów,
- zauważa analogie i wyciąga odpowiednie wnioski
- używa w pracy technologii informacyjno-komunikacyjnych,
- jest zaangażowany w badania, eksperymenty i doświadczenia,
- zwiększa koncentrację uwagi podczas uczenia się (uczeń ze SPE).

Metody techniki, formy pracy:

- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela,
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w zespołach (kompetencje osobiste i w zakresie uczenia się),
- metoda ICT: zastosowanie komputera (kompetencje matematyczne i cyfrowe),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

Środki dydaktyczne:

komputer z aplikacją khanacademy.org, kartki z zadaniami dla uczniów (uwzględniające uczniów ze SPE), ankiety ewaluacyjne.

Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel wyświetla uczniom następujące wzory:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

Uczniowie za pomocą aplikacji <https://pl.khanacademy.org/math/prec calculus/trig-equations-and-identities-prec calc/using-trig-identities-prec calc/e/applying-angle-addition-formulas> rozwiązują test złożony z 4 zadań, wykorzystujący poznane wzory. W razie trudności mogą skorzystać z umieszczonych wskazówek lub filmu edukacyjnego.

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Po nabyciu przez uczniów umiejętności stosowania poznanych wzorów w prostych przykładach, nauczyciel dzieli uczniów na zespoły zadaniowe (daje swobodę wyboru grupy dla uczniów ze SPE) i rozdaje im kartki z zadaniami. Uczniowie w grupach wykonują następujące zadania:

Zadanie 1. Wyznacz wartości funkcji trygonometrycznych kątów 105° , 165° .

Zadanie 2. Wybierz jeden z poznanych wzorów i przeprowadź dowód pokazujący jego prawdziwość.

Zadanie 3. Korzystając z poznanych wzorów, wyznacz zbiór wartości funkcji zadanych wzorami: $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$, $f(x) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$, $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$.

Zadanie 4. Oblicz $\cos 75^\circ \cos 10^\circ + \sin 70^\circ \cos 10^\circ$.

Zadanie 5. Czy podana równość jest tożsamością?

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

Zadanie 6. Wiedząc, że $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$, wyprowadź wzory na $\tan(\alpha + \beta)$ oraz $\tan(\alpha - \beta)$.

3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Uczniowie w grupach zadaniowych przeprowadzają dyskusję nad swoimi rozwiązaniami. W pracy nad dowodzeniem prawdziwości wzorów posługują się komputerem i dostępnymi programami. Liczba zadań do wykonania powinna być określona przez każdego ucznia indywidualnie, w zależności od jego umiejętności.

4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Uczniowie w formie burzy mózgów dzielą się pomysłami na przeprowadzenie dowodów, najciekawsze rozwiązania nauczyciel ocenia na stopień bardzo dobry.

5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel ocenia pracę grupową uczniów (dostosowuje kryteria oceny dla uczniów ze SPE), a następnie prosi uczniów o wypełnienie ankiety ewaluacyjnej. Przykład:

- Co było najbardziej interesujące podczas pracy na lekcji?
- Jakie trudności napotkaliście podczas realizacji zadań?
- Oceńcie za pomocą trzech słów, czy tematyka zajęć i wprowadzone metody były interesujące.

Komentarz metodyczny

W pracy nad wzorami na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów nauczyciel powinien wspierać w szczególności uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Istotne jest motywowanie uczniów zachętą i jawnie wyrażoną wiarą w możliwości radzenia sobie w różnych sytuacjach, a także ukazywanie rówieśnikom ich zdolności, osiągnięć, pozytywnych zachowań, eksponowanie wytworów ich pracy wraz z wytworami innych uczniów. Uczniowie z trudnościami w uczeniu się matematyki powinni skupić się na wykonaniu dużej liczby przykładów z użyciem wzorów, co pozwoli im na nabycie umiejętności sprawnego posługiwania się wprowadzonymi wzorami.