



DOPEŁNIAMY  
FORMALNOŚCI  
W PRAWDOPODOBIEŃSTWIE

TOMASZ  
WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Dopełniamy formalności w prawdopodobieństwie.

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

IV liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

kształtowanie umiejętności wykorzystania własności prawdopodobieństwa.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- zna i stosuje własności prawdopodobieństwa,
- używa wzoru na prawdopodobieństwo różnicy zdarzeń,
- posługuje się wzorami na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego oraz prawdopodobieństwo warunkowe,
- dowodzi prawdziwości wzorów,
- jest zaangażowany w badania, eksperymenty i doświadczenia,
- przyjmuje odpowiedzialność za proces uczenia się (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- metody aktywizujące: praca w zespołach (rozwój kompetencji osobistych),
- metoda ICT: praca z aplikacją do kodów QR (kompetencje cyfrowe),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca indywidualna (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

tablety z aplikacją do kodów QR, kartki z poleceniami dla uczniów, karta oceny pracy ucznia, komputer z dostępem do Internetu.

## Opis przebiegu lekcji

### 1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Lekcja rozpoczyna się od pracy w parach. Zadaniem uczniów jest rozwiązanie prostych zadań dotyczących np. rzutu kostką do gry, rzutu symetryczną monetą, losowania kul i wyznaczenia odpowiednich prawdopodobieństw. Następnie uczniowie za pomocą tabletów z aplikacją do odczytywania kodów QR odczytują wyniki rozmieszczone w klasie i sprawdzają poprawność rozwiązanych zadań.

### 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel wyświetla uczniom film edukacyjny dotyczący różnych własności prawdopodobieństwa. Zadaniem uczniów jest analiza i wypisanie kolejnych własności, m.in. prawdopodobieństwa sumy zdarzeń czy zdarzenia przeciwnego.

Następnie uczniowie samodzielnie wykonują rysunek i wyprowadzają wzór na prawdopodobieństwo różnicy zdarzeń. Do otrzymanych wzorów zostaje dopisany wcześniej poznany wzór na prawdopodobieństwo warunkowe.

### 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel rozdaje uczniom karty pracy z zadaniami do wykonania. Uczniowie w zależności od własnych wyborów wykonują zadania za 2, 3 lub 4 punkty (źródło: Nowa Era).

#### Zadania za 2 pkt:

Zadanie 1. Uzasadnij za pomocą diagramów wzór na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń, jeżeli  $A \cap B = \emptyset$ .

Zadanie 2. Udowodnij, że  $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$ .

#### Zadania za 3 pkt:

Zadanie 1. Wyznacz  $P(A | B')$  jeśli  $P(B) = \frac{2}{3}$  i  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ .

Zadanie 2. Oblicz  $P(A \cup B)$  jeśli  $P(A) = \frac{1}{2}$  i  $P(A' \cap B) = \frac{1}{4}$ .

#### Zadania za 4 pkt:

Zadanie 1. Udowodnij, że jeśli  $P(A) > 0$ , to  $P(B | A) + P(B' | A) = 1$ .

Zadanie 2. Wykaż, że  $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B | A)P(C | A \cap B)$

### 4. Prezentacja pracy

Nauczyciel ocenia pracę uczniów zgodnie z ich indywidualnymi wyborami i zdobytą liczbą punktów. Uczniowie uzasadniają wybory zadań do rozwiązania. Na podsumowanie lekcji uczniowie rozwiązują test dotyczący własności rachunku prawdopodobieństwa ze strony internetowej <https://www.matemaks.pl/wlasnosc-rachunku-prawdopodobienstwa.html>. Nauczyciel rozdaje uczniom kartki z odpowiedziami A, B, C, D. Uczniowie na sygnał nauczyciela podnoszą kartki z wybraną odpowiedzią.

### 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel w widocznym miejscu w klasie wywiesza trzy koperty z napisami: WIEDZA, UMIEJĘTNOŚCI, POSTAWY. Uczniowie na trzech kartkach zapisują swoje indywidualne skojarzenia z wymienionymi hasłami. Przed wyjściem z klasy umieszczają kartki w kopertach.

## Komentarz metodyczny

Dogłębne zrozumienie i opanowanie podstawowych własności prawdopodobieństwa będzie podstawą do przeprowadzania dowodów wymagających bardziej skomplikowanych działań na zbiorach. Wobec uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi nauczyciel powinien zastosować punktację adekwatną do ich zaburzeń. Podczas realizacji całego toku lekcji istotny jest cel. Świadomość celów powoduje u uczniów chęć uczenia się oraz nadaje sens braniu aktywnego udziału w lekcji. Dlatego bardzo ważne jest sprawdzenie wraz z uczniami pod koniec lekcji, czy cele zostały osiągnięte, np. w formie opisanych kopert.