

# Dwusieczna kąta

## 1. Cele lekcji

### a) Wiadomości

1. Przypomnienie własności o dwusiecznej kąta.

### b) Umiejętności

1. Uczeń potrafi skonstruować dwusieczną kąta.
2. Uczeń potrafi rozwiązywać zadania dotyczące dwusiecznej kąta.
3. Kształtowanie umiejętności rozróżniania definicji od twierdzeń.
4. Kształtowanie umiejętności tworzenia analogii.
5. Ćwiczenie umiejętności pracy z tekstem matematycznym.
6. Ćwiczenie umiejętności pracy w grupie.

## 2. Metoda i forma pracy

Praca w grupach

## 3. Środki dydaktyczne

1. Komputer z rzutnikiem multimedialnym.
2. Podręcznik i zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego.

## 4. Przebieg lekcji

Uczniowie, po podaniu tematu lekcji otrzymują następujące polecenia:

1. Korzystając z doświadczeń z lekcji o symetralnej odcinka, sformułuj w sposób analogiczny trzy określenia dwusiecznej kąta. Zbadaj ich równoważność.
2. Skonstruuj dwusieczną kąta. Czy każdy kąt ma dwusieczną?

Uczniowie pracują parami, potem czwórkami (dwie sąsiednie ławki). Po chwili pracy zespołowej następuje wspólne omówienie wyników. Pojawiają się następujące określenia dwusiecznych kątów:

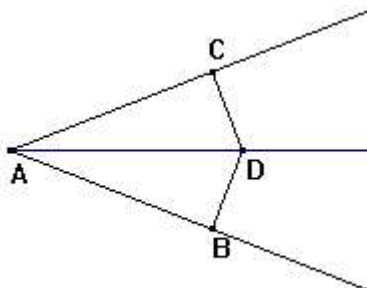
1. Dwusieczna kąta to półprosta przechodząca przez wierzchołek kąta, dzieląca kąt na dwa kąty przystające.
2. Dwusieczna kąta to półprosta o początku w wierzchołku kąta, zawarta w jego osi symetrii oraz w obszarze kąta.
3. Dwusieczna kąta to zbiór punktów zawartych w obszarze kąta i równo oddalonych od ramion kąta.

Powyższe sformułowania są wynikiem wspólnej pracy, wymiany poglądów oraz konfrontacji z wcześniejszymi doświadczeniami (szkołą gimnazjalną), szczególnie w zakresie takich elementów dwusiecznej, jak: półprosta, jej początek i jej położenie.

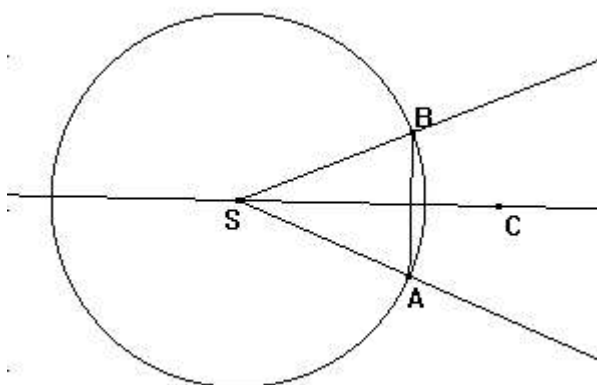
Później następuje próba pokazania równoważności definicji (szczególnie pomiędzy pierwszą, a trzecią). Wypracowany (głównie na podstawie lekcji o symetralnej odcinka) schemat rozumowania

przedstawia się następująco:

- Niech punkt  $D$  należy do dwusiecznej kąta  $CAB$  (w myśl definicji pierwszej). Należy pokazać, że ten punkt jest równoodległy od ramion, czyli  $DC = DB$ . Wyprowadzamy odcinki  $DC$  i  $DB$  prostopadłe do ramion (patrz rysunek poniżej). Zauważamy, że trójkąty:  $CAD$  i  $BAD$  są przystające (cecha: kbk –  $AD$  wspólne, kąty  $CAD$  i  $BAD$  są równe oraz kąty  $ACD$  i  $DBA$  też są równe, bo to kąty proste). Zatem zachodzi równość:  $CD = DB$ . Aby rozumowanie było pełne, należy jeszcze pokazać, że jeśli obierzemy dowolny punkt  $E$  poza dwusieczną kąta, to nie jest on równo odległy od ramion kąta – to rozumowanie uczniowie przeprowadzili analogicznie jak w przypadku odpowiedniego wnioskowania dotyczącego symetralnej odcinka.
- Niech punkt  $D$  jest punktem spełniającym definicję trzecią. Należy pokazać, że półprosta  $AD$  dzieli kąt  $CAB$  na dwa kąty o równej mierze, czyli kąty  $DAC$  i  $DAB$  są równe. Z założenia wynika, że  $DC = DB$  oraz kąty  $DCA$  i  $DBA$  są równe (są to kąty proste). Trójkąty  $ACD$  i  $ABD$  są prostokątne, odcinek  $AD$  jest ich wspólną przeciwprostokątną. Zatem korzystając z twierdzenia Pitagorasa (dla obu trójkątów), otrzymujemy, że  $AC = AB$ . Zatem oba rozważane trójkąty są przystające (cecha: bbb). Wynika stąd, że kąty  $DAC$  i  $DAB$  są równe.



Kolejnym etapem lekcji było przypomnienie konstrukcji dwusiecznej (uczący wykonuje odpowiednie elementy konstrukcji na komputerze zgodnie z instrukcjami uczniów – rysunek poniżej): wykreślenie okręgu o dowolnym promieniu  $AS$  i środkiem w wierzchołku kąta  $S$ , a następnie wykreśleniu symetralnej odcinka  $AB$  (punkty  $A$  i  $B$  to część wspólna okręgu i ramion kąta). Część tej symetralnej (półprosta  $SC$ ) to dwusieczna.



Uczniowie zauważają, że nawet dla kąta półpełnego powyższa konstrukcja jest prawidłowa.

Następny etap to rozwiązywanie zadań, np.:

Podaj przykład kąta, którego dwusieczną jest:

- oś rzędnych,
- oś odciętych,
- prosta o równaniu  $y = x$ .

## 5. Bibliografia

1. Konior J., *Repetytorium z CABRI, część II*, [w:] „Matematyka i Komputery” nr 11, 2002, s. 5-8.
2. Pająk W., *Badanie przekształceń geometrycznych*, [w:] „Nauczyciele i Matematyka” nr 8, 1993, s. 22-23.
3. Pająk W., *CABRI i przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie*, VULCAN, Wrocław 1994.
4. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Podręcznik dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.
5. Pawlak R i H., Rychlewicz A i A., Żylak K., *Matematyka krok po kroku. Zbiór zadań dla klasy pierwszej liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego, technikum. Zakres podstawowy i rozszerzony*, RES POLONA, Łódź 2002.

## 6. Załączniki

### a) Zadanie domowe

1. Kilka zadań ze zbioru, np. strona 136, zadanie 9.
2. Narysuj dowolny trójkąt, skonstruuj dwusieczne jego trzech kątów wewnętrznych. Czy zauważasz jakąś ciekawą własność? Sformułuj ją i sprawdź na innych przykładach.

## 7. Czas trwania lekcji

1 godzina lekcyjna

## 8. Uwagi do scenariusza

brak