



W JAKIM CELU PASCAL  
OPRACOWAŁ  
TRÓJKĄ?

TOMASZ  
WÓJTOWICZ

## SCENARIUSZ LEKCJI

Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

WARSZAWA 2019

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

W jakim celu Pascal opracował trójkąt?

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

zastosowanie trójkąta Pascala do wzorów skróconego mnożenia.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- samodzielnie wyprowadza wzory matematyczne,
- rozumie zasadę działania trójkąta Pascala,
- wyprowadza wzory skróconego mnożenia przy użyciu trójkąta Pascala,
- dostrzega potrzebę użycia trójkąta Pascala w rozwiązywaniu zadań,
- jest dociekliwy i poszerza swoje zainteresowania,
- korzysta z koncepcji intelektualnego zaangażowania (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: prezentacja,
- metody aktywizujące: mapa pojęciowa, praca w grupach (związane z kompetencjami osobistymi i w zakresie uczenia się),
- metoda ICT: praca z komputerem (rozwój kompetencji cyfrowych),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

komputer z dostępem do Internetu, karty pracy dla uczniów, encyklopedie matematyczne, kartki z wydrukowanymi „schodami”.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel przedstawia uczniom film edukacyjny dotyczący trójkąta Pascala i jego własności ze strony internetowej <https://www.youtube.com/watch?v=OiMtlus-af0>.

W trakcie projekcji filmu uczniowie wykonują niezbędne notatki, omawiają wspólnie z nauczycielem zasadę działania trójkąta Pascala. Uczniowie rysują trójkąt Pascala, sprawdzają poprawność swoich rozważań. Nauczyciel formułuje pytania kluczowe:

- Który wiersz trójkąta Pascala odpowiada za wzór na sześcian sumy liczb  $a$  i  $b$ ?
- Jak przy użyciu trójkąta Pascala wyprowadzić wzór na czwartą potęgę różnicy liczb  $a$  i  $b$ ?
- Czy można opracować własny trójkąt, który ułatwi skomplikowane obliczenia?

## 2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Uczniowie zapisują wzory na kwadrat sumy i różnicy liczb  $a$  i  $b$  oraz sześciąt sumy i różnicy liczb  $a$  i  $b$ . Następnie nauczyciel dzieli uczniów na grupy (grupy mieszane z uczniami ze SPE), każda grupa otrzymuje kartę pracy z zadaniami do wykonania.

Przykładowe zadania do rozwiązania:

Zadanie 1. Zbuduj trójkąt Pascala złożony z 10 wierszy. Wyprowadź wzór na 10. potęgę sumy i różnicy liczb  $a$  i  $b$ .

Zadanie 2. Wyszukaj informacje na temat liczb trójkątnych oraz czworościennych i przedstaw, jaki mają związek z trójkątem Pascala.

Zadanie 3. Przedstaw zależność pomiędzy trójkątem Pascala a trójkątem Sierpińskiego.

Zadanie 4. Zweryfikuj następującą hipotezę: sumy liczb w wierszach trójkąta Pascala są kolejnymi potęgami liczby 2.

Zadanie 5. Opracuj własny trójkąt i nadaj jego nazwę, np. taki, w którym sumy liczb w następnych wierszach są potęgami liczby 3.

Zadanie 6. Wyszukaj informacje na temat ciągu Fibonacciego i sprawdź, czy jeśli zsumujemy liczby występujące po skosach w trójkącie Pascala, to otrzymamy kolejne liczby ciągu Fibonacciego.

## 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Uczniowie w grupach opracowują wybrane zagadnienia. Zebrane informacje mogą przedstawić w formie prezentacji multimedialnej, plakatu itp. Korzystają z różnych dostępnych źródeł wiedzy.

## 4. Prezentacja pracy

Uczniowie z kolejnych grup prezentują wyniki swoich doświadczeń. Nauczyciel w razie potrzeby uzupełnia wypowiedzi uczniów. Uczniowie zwracają uwagę na szerokie wykorzystanie trójkąta Pascala do rozwiązywania problemów matematycznych.

## 5. Samoocena i refleksja uczniów

Na zakończenie uczniowie dokonują oceny pracy na lekcji. W tym celu otrzymują od nauczyciela kartki, na których zapisują dokończenie zdania: „Trójkąt Pascala wykorzystam do...”. Każdy uczeń otrzymuje również wydrukowane „schody”, na których zgodnie z przyjętą hierarchią wpisuje swoje odpowiedzi. W ten sposób uczeń dokonuje podsumowania osiągnięć zdobytych w trakcie poszukiwań podczas lekcji.

## Komentarz metodyczny

Kolejna lekcja powinna dotyczyć wprowadzenia i zastosowania wzoru dwumianowego Newtona. Warto pozwolić uczniom na samodzielne budowanie innych trójkątów, które będą ułatwiały obliczenia. Możliwość samodzielnego dochodzenia do wiedzy będzie wzbudzała u uczniów chęć aktywnego uczestnictwa w całym procesie lekcyjnym. Z uwagi na poziom trudności omawianego zagadnienia, nauczyciel może wyznaczyć w klasie ekspertów wspomagających pracę pozostałych uczniów.