



**CZY FUNKCJE  
MOGĄ SIĘ  
SKŁADAĆ?**

**TOMASZ  
WÓJTOWICZ**

## **SCENARIUSZ LEKCJI**

**Program nauczania matematyki dla szkoły ponadpodstawowej poziom rozszerzony**

opracowany w ramach projektu

**„Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”**

dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach  
Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty

**WARSZAWA 2019**

Redakcja merytoryczna – Agnieszka Jaworska  
Recenzja merytoryczna – mgr Ewa Olszewska  
dr Anna Rybak  
dr Beata Rola  
Agnieszka Ratajczak-Mucharska

Redakcja językowa i korekta – Editio

Projekt graficzny i projekt okładki – Editio

Skład i redakcja techniczna – Editio

Warszawa 2019  
Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28  
00-478 Warszawa  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji Creative Commons –  
Użycie niekomercyjne 4.0 Polska (CC-BY-NC).  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.pl>



## Temat lekcji:

Czy funkcje mogą się składać?

## Czas trwania lekcji:

45 minut

## Klasa:

II liceum/technikum, poziom rozszerzony

## Cel ogólny:

zapoznanie uczniów z pojęciem złożenia funkcji.

## Cele szczegółowe. Uczeń:

- zna definicję złożenia funkcji,
- wie, że składanie funkcji jest operacją nieprzemianną,
- sprawdza, czy spełniony jest warunek złożenia funkcji,
- stosuje twierdzenie o monotoniczności funkcji złożonych,
- dobiera trafne argumenty i konstruuje poprawne rozwiązania,
- jest gotowy do zdobywania nowej wiedzy i jej praktycznego zastosowania (uczeń ze SPE).

## Metody, techniki i formy pracy:

- metody eksponujące: pokaz,
- metody aktywizujące: praca w grupach (kompetencje osobiste i w zakresie uczenia się),
- zastosowanie TIK: projekcja filmu edukacyjnego (kompetencje matematyczne i cyfrowe),
- formy pracy: nauczanie zbiorowe, praca grupowa (jednolita i zróżnicowana).

## Środki dydaktyczne:

komputer z projektorem, karty pracy dla uczniów (zróżnicowane z uwzględnieniem uczniów ze SPE), ankieta samooceny ucznia, kosze z zadaniami.

## Opis przebiegu lekcji

1. Sprecyzowanie celów i postawienie problemu

Nauczyciel wyświetla uczniom projekcję filmu dot. złożenia dwóch funkcji: <https://www.youtube.com/watch?v=oMmWROCWue4>. W trakcie oglądania filmu uczniowie zapisują definicję złożenia funkcji: **złożeniem funkcji**  $f: X \rightarrow Y$  i  $g: Z \rightarrow W$ , gdzie  $Y \rightarrow Z$ , nazywamy funkcję oznaczoną  $g \rightarrow f$  określoną następująco:  $g \rightarrow f: X \rightarrow W$ ,  $(g \rightarrow f)(x) = g(f(x))$  dla każdego  $x \in X$ . Nauczyciel wspólnie z uczniami wykorzystuje definicję do zapisania wzorów funkcji złożonych.

2. Analizowanie i porządkowanie zdobytych doświadczeń

Nauczyciel dzieli uczniów na 3 grupy (w każdej może być uczeń ze SPE). Zadaniem każdej grupy jest sprawdzenie i zweryfikowanie następujących hipotez:

- złożenie dwóch funkcji rosnących jest funkcją rosnącą,
- złożenie dwóch funkcji malejących jest funkcją rosnącą,
- złożenie funkcji rosnącej i malejącej w dowolnej kolejności jest funkcją malejącą.

Uczniowie analizują przedstawione hipotezy, wyciągają i zapisują odpowiednie wnioski.

### 3. Twórcze wykorzystanie wiedzy

Nauczyciel dzieli uczniów na 4 grupy zadaniowe. W klasie nauczyciel przygotowuje 3 kosze, w których znajdują się:

Kosz 1: przykłady funkcji  $f(x)$ , np.  $f(x) = 3x - 1$ ,  $f(x) = \log_2 x$ ,  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ .

Kosz 2: przykłady funkcji  $g(x)$ , np.  $g(x) = x + 2$ ,  $g(x) = x^2 + 3$ ,  $g(x) = \frac{x-1}{x} - 3$ .

Kosz 3: złożenia funkcji  $g(f(x))$  z odpowiadającymi im literami.

Zadaniem uczniów jest losowanie funkcji  $f(x)$  z kosza 1 oraz funkcji  $g(x)$  z kosza 2, a następnie wykonanie złożenia funkcji  $g(f(x))$  i dopasowanie do wyniku z kosza 3. Grupa, która ułoży jak najwięcej pasujących do siebie złożzeń funkcji, otrzymuje ocenę bardzo dobrą.

### 4. Prezentacja pracy

Po wykonanej pracy następuje prezentacja uczniowskich rozwiązań. Nauczyciel docenia wkład i zaangażowanie uczniów w wykonaną pracę, przyznaje uczniom plusy z aktywności lub oceny bardzo dobre. Kryteria oceny prac uczniowskich (z dostosowaniem kryteriów dla uczniów ze SPE):

- efekt końcowy (zawartość merytoryczna),
- wkład pracy ucznia (udział w praktycznym wykonywaniu zadań),
- prezentacja (technika, poprawność udzielanych wyjaśnień).

### 5. Samoocena i refleksja uczniów

Nauczyciel prosi uczniów o wypełnienie ankiety ewaluacyjnej w celu samooceny pracy ucznia:

- Wykonałem wszystkie powierzone zadania. TAK NIE
- Miałem nowatorskie pomysły, które przyczyniły się do rozwiązania problemu. TAK NIE
- Chciałbym częściej realizować takie zadania. TAK NIE
- Podczas lekcji dowiedziałem się, że .....

## Komentarz metodyczny

W trakcie pracy grup może się okazać, że grupa podejmie takie decyzje wyboru funkcji, z których po złożeniu liter nie ułoży żadnego słowa. Istotne jest jednak nabycie umiejętności składania funkcji, dlatego należy doceniać każdy najmniejszy wysiłek każdego ucznia w dążeniach do osiągnięcia sukcesu. Różny poziom wiedzy i umiejętności uczniów pozwala na znajdowanie najlepszych rozwiązań w określonych momentach lekcji.